

## PROBLEMAS RESOLVIDOS SOBRE DECAIMENTO RADIOATIVO

1. A meia-vida de um dado isótopo radioativo é de 6,5 horas. Se existirem inicialmente  $48 \times 10^{19}$  átomos deste isótopo, *quantos átomos deste isótopo restarão após 26 horas?*

**SOLUÇÃO**

$$\tau = 6,5 \text{ horas} \quad N_0 = 48 \cdot 10^{19} \text{ átomos} \quad N = ? \quad t = 26 \text{ horas}$$

$$\tau = (0,693)/\lambda \Rightarrow \lambda = (0,69315)/\tau = (0,69315)/6,5 = 0,1067 \text{ h}^{-1}.$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = 48 \cdot 10^{19} e^{-(0,1067) \cdot 26} = 2,995 \cdot 10^{19} \text{ átomos}$$

Ou seja,

$$\frac{N}{N_0} = \frac{3 \cdot 10^{19}}{48 \cdot 10^{19}} = \frac{1}{16} = 0,0625 \text{ ou ainda } \mathbf{6,25\% \text{ dos átomos iniciais}}$$

2. A meia-vida de um isótopo radioativo é de 140 dias. *Quantos dias seriam necessários para que a atividade A de uma amostra deste isótopo caísse a um quarto de sua taxa inicial de decaimento?*

**SOLUÇÃO**

$$\tau = 140 \text{ dias}$$

$$\tau = (0,693)/\lambda \Rightarrow \lambda = (0,69315)/\tau = (0,69315)/140 = 4,95 \cdot 10^{-3} \text{ dias}^{-1}$$

$$(1/4)A_0 = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow (1/4) = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln(1/4) = -\lambda t$$

$$-1,3863 = -4,95 \cdot 10^{-3} t \Rightarrow t = 0,280 \cdot 10^3 \text{ dias} \quad \text{ou} \quad \mathbf{t = 280 \text{ dias}}$$

3. O oxigênio radioativo  $^{15}_8\text{O}$  tem uma meia-vida de 2,1 minutos.

- Quanto vale a constante de decaimento radioativo  $\lambda$  ?
- Quantos átomos radioativos existem numa amostra com uma atividade de 4 mCi ?
- Qual o tempo necessário para que a atividade seja reduzida por um fator 8?

**SOLUÇÃO**

$$\text{a. } \tau = 2,1 \text{ min} = 126 \text{ s}$$

$$\lambda \cdot \tau = \ln 2 \Rightarrow \lambda \cdot 126 = 0,693 \Rightarrow \lambda = 0,693/126 = 0,0055 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{b. } N = ? \quad A = 4 \text{ mCi}$$

$$A = \lambda N \Rightarrow 4 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} = 0,0055 \cdot N$$

$$N = (4 \cdot 3,7 \cdot 10^7)/0,0055 = 2690,91 \cdot 10^7 \text{ desintegrações}$$

$$N = 2,69 \cdot 10^{10} \text{ desintegrações}$$

$$\text{c. } A = (1/8) A_0$$

$$(1/8)A_0 = A_0 e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow (1/8) = e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln(1/8) = -\lambda \cdot t$$

$$-2,0794 = -\lambda \cdot t \Rightarrow t = (2,0794/0,0055) = 378,08 \text{ s}$$

4. Calcular a *taxa de desintegração* num organismo vivo, por grama de carbono, admitindo que a razão  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$  seja  $1,3 \times 10^{-12}$ .

**SOLUÇÃO**

$$\ln 2 = 0.693$$

$$\lambda = (\ln 2)/\tau = (0,693)/\tau$$

O número N de núcleos de  $^{12}\text{C}$  em 1 g de carbono é:

$$6,02 \cdot 10^{23} \text{ (núcleos/mol)} \rightarrow 12 \text{ g/mol}$$

$$N \rightarrow 1 \text{ g} \Rightarrow N = (6,02 \cdot 10^{23})/12 =$$

$$5,02 \cdot 10^{22} \text{ núcleos/g}$$

O número de núcleos de  $^{14}\text{C}$  radioativo é então igual a razão  $1,3 \cdot 10^{-12}$  vezes N, ou seja,

$$5,02 \cdot 10^{22} \text{ (núcleos/g)} \times 1,3 \cdot 10^{-12} = 6,526 \cdot 10^{10} \text{ núcleos/g}$$

A atividade por grama, será

$$A = \frac{0.693}{5730 \text{ anos}} \times 6,526 \times 10^{10} = 7,893 \times 10^6 \text{ desintegrações / ano}$$

$$1 \text{ ano} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s} = 0,053 \cdot 10^7 \text{ min} = 5,3 \cdot 10^5 \text{ min}$$

$$A = 1,499 \cdot 10^1 \text{ desintegrações/min} = \mathbf{15 \text{ desintegrações/min.}}$$

5. Um osso, contendo 200g de carbono, tem uma atividade beta de 400 desintegrações por minuto. *Qual a idade do osso?*

**SOLUÇÃO**

Se o osso fosse um organismo vivo  $\Rightarrow 15$  desintegrações/min g.

Como temos 200 g,

$$A_0 = 3 \ 000 \text{ desintegrações/min}$$

$$\frac{A}{A_0} = \frac{400}{3000} = \frac{1}{7,5}$$

Depois de  $n$  meia-vida  $A$  diminui por  $(1/2)^n$ . Assim, temos

$$(1/2)^n = (1/7,5) \quad \text{ou} \quad 2^n = 7,5$$

$$\ln 2^n = \ln 7,5 \Rightarrow n \ln 2 = \ln 7,5 \Rightarrow n = (\ln 7,5 / \ln 2) = 2,91 \approx 3$$

meias-vidas =  $3 \times 5730$  anos = 16 700 anos  $\therefore$  **idade do osso = 16 700 anos**

6. Um certo elemento radiotivo tem uma meia-vida de 20 dias.

- Qual é o tempo necessário para que  $3/4$  dos átomos inicialmente presentes se desintegram?
- Quanto vale a constante de desintegração e a vida média?

**SOLUÇÃO**

$$\tau = 20 \text{ dias} \Rightarrow \lambda \cdot 20 = 0,693 \Rightarrow \lambda = (0,693)/20 = 0,0347 \text{ dias}^{-1}$$

$$\text{a. } (3/4)N_0 \text{ átomos desintegrando} \Rightarrow \text{ficaremos com } N = (1/4)N_0$$

$$(1/4)N_0 = N_0 e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln 0,25 = -0,0347 t \Rightarrow t = (1,3863/0,0347) = 40 \text{ dias}$$

$$\text{b. } \lambda = 0,0347 \text{ dias}^{-1} \Rightarrow T = (1/\lambda) = (1/0,0347) = 28,86 \text{ dias}$$

7. Na desintegração do  $^{226}\text{Ra}$  é emitida uma partícula alfa. Se essa partícula se chocar com uma tela de sulfeto de zinco, produz-se-á uma cintilação. Desse modo é possível contar diretamente o número de partículas alfa emitidas por segundo por um grama de  $^{226}\text{Ra}$ , tendo sido determinado esse número por Hess e Lawson como sendo igual a  $3,72 \times 10^{10}$ . Use esses dados e o número de Avogadro -  $6,02 \times 10^{23}$  moléculas por mol - para calcular a meia-vida do rádio.

**SOLUÇÃO**

$$\begin{array}{l} 226 \text{ g} \quad \dots\dots \quad 6,02 \cdot 10^{23} \\ 1 \text{ g} \quad \dots\dots \quad x \end{array} \Rightarrow x = 0,02664 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

1 g de  $^{226}\text{Ra}$  contém  $2,664 \cdot 10^{21}$  átomos

$$N_0 = R_0 \times 1,44 \tau \Rightarrow \tau = (2,664 \cdot 10^{21}) / (3,72 \times 1,44 \cdot 10^{10}) = 0,4973 \cdot 10^{11} \text{ s} = 0,016 \cdot 10^5 \text{ átomos}$$

**$\tau = 1 \text{ 600 anos}$**

8. A atividade de um certo fóssil diminui de 1530 desintegrações por minuto para 190 desintegrações por minuto já com correção da radiação de fundo, durante o processo de fossilização. Sendo a meia-vida do isótopo radioativo do  $^{14}\text{C}$  de 5.760 anos, determine a idade do fóssil.

**SOLUÇÃO**

1530 desintegrações/s  $\rightarrow$  190 desintegrações/s

$\tau = 5760$  anos

$$\lambda = (0,693) / \tau = (0,693 / 5760) \text{ anos}^{-1} = 2,33 \cdot 10^{-10} \text{ min}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 190 = 1530 e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 190 = \ln 1530 - 2,33 \cdot 10^{-10} t$$

$$5,25 = 7,33 - 2,33 \cdot 10^{-10} t \Rightarrow t = (2,083 / 2,33) \cdot 10^{10} \text{ min} = 0,894 \cdot 10^{10} \text{ min} = 1,7246 \cdot 10^4 \text{ anos} = \mathbf{17 \text{ 246 anos}}$$

9. O carvão do fogo de um antigo acampamento indígena apresenta uma atividade devida ao  $^{14}\text{C}$  de 3,83 desintegrações por minuto por grama de carbono da amostra. A atividade do  $^{14}\text{C}$  na madeira das árvores vivas independe da espécie vegetal e vale 15,3 desintegrações por minuto por grama de carbono da amostra. Determine a idade do carvão.

**SOLUÇÃO**

$$A = 3,83 \text{ desintegrações}/(\text{min g}) \quad A_0 = 15,3 \text{ desintegrações}/(\text{min g})$$

$$\tau = 5 \text{ 760 anos (problema anterior)} \quad \lambda = 0,693 / \tau = 1,203 \cdot 10^{-4} \text{ anos}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A/A_0 = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln (3,83 / 15,3) = e^{-\lambda t}$$

$$- 1,385 = - 1,203 \cdot 10^{-4} t \Rightarrow t = \mathbf{1,1513 \cdot 10^4 \text{ anos}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{t = 11 \text{ 513 anos}}$$

10. Uma amostra de  $^{128}\text{I}$  contém  $2,0 \times 10^{10}$  átomos radioativos. Sendo a meia-vida desse isótopo de 25 minutos, calcule o número de átomos que decaem por segundo.

**SOLUÇÃO**

$$N = 2 \times 10^{10} \text{ átomos} \quad \tau = 25 \text{ min} = 1500 \text{ s}$$

$$\lambda \cdot \tau = 0,693 \Rightarrow \lambda = 0,693 / 1500 = 0,00046 \text{ s}^{-1}$$

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 0,00046 \cdot 2 \cdot 10^{10} = 0,00092 \cdot 10^{10} \text{ desintegrações/s}$$

ou seja  $9,2 \cdot 10^6$  átomos (= 9,2 milhões de átomos)

11. O volume de um fluido extracelular pode ser medido injetando-se sulfato de sódio marcado com  $^{35}\text{S}$ . Uma tal fonte tem uma atividade inicial de 2 mCi. Sabendo-se que este isótopo tem uma meia-vida de 87 dias, calcule a atividade da fonte após 60 dias em Ci e em Bq.

Após quanto tempo a atividade cai a 0,5 mCi?

**SOLUÇÃO**

$$A_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Ci} \quad \tau = 87 \text{ dias} \quad t = 60 \text{ dias} \quad A = ?$$

$$\lambda \cdot 87 = 0,693 \Rightarrow \lambda = 0,693/87 = 0,00797 \text{ dias}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow A = 2 \cdot 10^{-3} e^{-0,00797 \cdot 60} \Rightarrow A = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ Ci}$$

$$A = (1,24 \cdot 10^{-3}) (3,7 \cdot 10^{10}) = 4,59 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

12. Um material radioativo contém inicialmente 3 mg de  $^{234}\text{U}$ , cuja meia-vida é de  $2,48 \cdot 10^5$  anos.

- Quantos miligramas de  $^{234}\text{U}$  existirão após  $4,96 \cdot 10^5$  anos?
- Calcule a atividade inicial e a final no período citado no item a.

**SOLUÇÃO**

$$m_0 = 3 \text{ mg } ^{234}\text{U} \quad \tau = 2,48 \cdot 10^5 \text{ anos} \quad t = 4,96 \cdot 10^5 \text{ anos} = 2 \cdot \tau$$

a. Decorridas 2 meia-vidas a amostra cai a  $\frac{1}{4}$  do original. Assim, restarão 0,75 mg.

$$b. A = \lambda \cdot N \quad \lambda = 0,693 / (2,48 \cdot 10^5)$$

$$234 \text{ g} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

$$3 \text{ mg} \rightarrow N_0$$

$$N_0 = (3 \cdot 10^{-3}) \cdot (6,02 \cdot 10^{23}) / 234$$

$$A_0 = \frac{0,693}{2,48 \cdot 10^5} \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{234} = 0,0216 \cdot 10^{15} \frac{\text{desintegrações}}{\text{s}} = 2,16 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

$$A_0 = (2,16 \cdot 10^{13}) / (3,7 \cdot 10^{10}) = 0,0058 \cdot 10^5 \text{ Ci} = 580 \text{ Ci}$$

13. O sódio radioativo  $^{24}\text{Na}$  que tem uma meia-vida de 15 horas é enviado de um laboratório para um hospital, gastando no percurso 3 horas. Sabendo-se que sua atividade deve ser de 10 mCi ao chegar ao hospital, calcule a atividade da fonte na saída do laboratório.

**SOLUÇÃO**

$$\tau = 15 \text{ h} \quad t = 3 \text{ h} \quad A = 10 \text{ mCi} \quad A_0 = ?$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 10 = A_0 e^{-\lambda \cdot 3}$$

$$\lambda = 0,693/15 = 0,0462 \text{ h}^{-1}$$

$$A_0 = 10 / e^{-0,0462 \cdot 3} = 10 / 0,87058 = 11,48665 \text{ mCi}$$

14. Uma fonte de  $^{131}\text{I}$  com vida-média de 11,52 dias tem uma atividade inicial de 3 mCi. Encontre a meia-vida e o número total de desintegrações da fonte.

**SOLUÇÃO**

$$T = 11,52 \text{ dias} \quad A_0 = 3 \text{ mCi} \quad \tau = ? \quad N = ?$$

$$T = 1/\lambda \Rightarrow \lambda = 1/T = 1/11,52 = 0,0868 \text{ dias}^{-1} = 0,000001 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda \cdot \tau = 0,693 \Rightarrow \tau = 0,693/0,0868 = 7,98 \text{ dias}$$

$$A = \lambda N \Rightarrow 3 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} = 0,000001 \cdot N$$

$$N = 1,105 \cdot 10^{14} \text{ desintegrações}$$

15. Células cancerosas são as mais vulneráveis a radiações X e gama do que as células sadias. Apesar de haver atualmente aceleradores lineares que o substituem, no passado a fonte padrão de terapia por radiação era o radionuclídeo  $^{60}\text{Co}$ , que decai em beta num estado nuclear excitado  $^{60}\text{Ni}$ , que, imediatamente, decai no estado fundamental, emitindo dois fótons de raios-gama, cada um com energia de aproximadamente 1,2 MeV. A meia-vida do decaimento beta, que é o controlador do processo, é de 5,27 anos. *Quantos núcleos radioativos  $^{60}\text{Co}$  estão presentes em uma fonte de 6.000 Ci usada num hospital?* (1 Ci = 1 Curie =  $3,7 \times 10^{10}$  desintegrações/s =  $3,7 \times 10^{10}$  Bq)

**SOLUÇÃO**

Células cancerosas são vulneráveis a raios -X e raio - $\gamma$   
 $^{60}\text{Co}$  é o padrão de terapia por radiação.  
 A reação nuclear é



$$E_\gamma = 1,2 \text{ MeV} \quad \text{meia-vida } \tau_{\text{Co}} = 5,27 \text{ anos}$$

$$1 \text{ ano} = 31\,104\,000 \text{ s} = 3,1 \times 10^7 \text{ s}$$

$$N_{\text{Co}}^{60} = ? \quad A = 6\,000 \text{ Ci} = 6\,000 \times 3,7 \cdot 10^{10} \text{ desintegrações/s} = \lambda N$$

$$\lambda = (\ln 2)/\tau = (0,693)/(5,27 \text{ anos}) = 0,132 \text{ anos}^{-1} = (0,132)/(3,1 \times 10^7) = 4,2 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

$$A = \lambda N = 6 \times 3,7 \times 10^{13} = 4,2 \times 10^{19} \text{ N}$$

$$\mathbf{N = 5,3 \times 10^{22} \text{ átomos}}$$

16. Depois de longo esforço, em 1902, Marie e Pierre Curie conseguiram separar do minério de urânio a primeira quantidade substancial de rádio, um decigrama de  $\text{RaCl}_2$  puro. O rádio era o isótopo radioativo  $^{226}\text{Ra}$ , que tem uma meia-vida de 1.600 anos.

a. Quantos núcleos de rádio eles isolaram?

b. Qual a taxa de decaimento da amostra, em desintegrações/s? Em Curies?

A unidade Curie (abreviadamente Ci) foi adotada em homenagem aos Curie, que receberam, em 1903, o Prêmio Nobel de Física por seus trabalhos nos fenômenos de radiação. Um Curie é igual a  $3,7 \times 10^{10}$  desintegrações/s.

#### SOLUÇÃO

$$(1/10)\text{g de RaCl}_2 \quad \tau = 1\,600 \text{ anos}$$

$$\text{a. } 1 \text{ mol de } ^{226}\text{Ra} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos}$$

$$1 \text{ mol de } ^{226}\text{Ra} \rightarrow 226 \text{ g}$$

$$1 \text{ mol de RaCl}_2 \text{ tem } 226 \text{ g} + 2 \times 35,453 \approx 297 \text{ g}$$

$$(1/10) \text{ g de RaCl}_2 \text{ tem } 2,03 \times 10^{20} \text{ moléculas de RaCl}_2 \text{ ou}$$

$$\mathbf{2,03 \times 10^{20} \text{ átomos (núcleos) de Ra}}$$

b. A taxa de desintegração por grama será:

$$A = (0,693/1600) 2,03 \times 10^{20} = \lambda N$$

$$A = 8,79 \times 10^{16} \text{ desintegrações/ano}$$

$$1 \text{ ano} = 3,16 \times 10^7 \text{ s}$$

$$A = (8,79 \cdot 10^{16}) / (3,16 \cdot 10^7) = 2,78 \times 10^9 \text{ desintegrações/s}$$

$$1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ desintegrações/s} \quad \text{então}$$

$$A = (2,78 \cdot 10^9) / (3,7 \cdot 10^{10}) = \mathbf{0,075 \text{ Ci}}$$

17. Um dos perigos dos resíduos radioativos de uma bomba nuclear é o  $^{90}\text{Sr}$ , que sofre decaimento beta com meia-vida de 29 anos. Por ter propriedades químicas muito parecidas com as do cálcio, o estrôncio, se consumido por uma vaca, concentra-se no leite e termina nos ossos de qualquer pessoa que tomar o leite. Os elétrons de alta energia de decaimento prejudica a medula óssea, impedindo, assim, a produção de hemácias. Uma bomba de 1 megaton produz aproximadamente 400g de  $^{90}\text{Sr}$ . Se os resíduos se dispersarem uniformemente sobre uma área de 2.000  $\text{Km}^2$ , que porção desta área teria uma radioatividade igual a 0,002 mCi, que é a dose máxima de radioatividade suportada pelos ossos de uma pessoa?  $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10}$  desintegrações/s.

#### SOLUÇÃO

Hemácias = glóbulos vermelhos do sangue

$$^{90}\text{Sr} \quad \tau = 29 \text{ anos} \quad \lambda = (0,693)/29 = 0,024 \text{ anos}^{-1}$$

$$1 \text{ Mton} \rightarrow 400 \text{ g } ^{90}\text{Sr}$$

$$90 \text{ g } ^{90}\text{Sr} \rightarrow \text{ contém } 6,02 \times 10^{23} \text{ átomos de } ^{90}\text{Sr}.$$

$$400 \text{ g de } ^{90}\text{Sr} \rightarrow \text{ conterà } x$$

$$x = (2400,08/90) 10^{23} = 2,67 10^{24} \text{ átomos}$$

$$A = \lambda N = 0,024 \times 2,67 \times 10^{24} \text{ desintegrações/ano}$$

$$A = 0,064 10^{24} \text{ desintegrações/ano}$$

$$A = (0,064 10^{24}) / (3,16 10^7) = 0,02 10^{17} \text{ desintegrações/s}$$

$$A = (0,02 10^{17}) / (3,7 10^{10}) = 5,41 10^4 \text{ Ci}$$

$$\begin{array}{r} 5,41 10^4 \text{ Ci} \dots\dots 2\ 000 \text{ km}^2 \\ \times \qquad \qquad \dots\dots 1 \text{ km}^2 \end{array}$$

$$x = 2,705 10 \text{ Ci/km}^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ km}^2 \dots\dots 27,05 \text{ Ci} \\ \times \qquad \dots\dots 0,002 10^{-3} \text{ Ci} \end{array}$$

$$x = 0,074 10^{-6} \text{ km}^2 = 0,074 \text{ m}^2 = \mathbf{740 \text{ cm}^2}$$

A cada 740 cm<sup>2</sup> teremos a máxima dose de radioatividade suportada pelos ossos de uma pessoa.

18. Vinte milicuries de <sup>99</sup>Tc (Tecnécio, está entre o Molibdênio e o Rutênio na Tabela Periódica) são injetados num paciente que faz um mapeamento cerebral. Em cada desintegração desse radioisótopo cuja meia-vida é de 6 horas é emitido um raio gama de 0,143 MeV. Admitindo que metade dos raios gama escapa do corpo sem interagir, calcule a *DOSE ABSORVIDA* por um paciente de 60 Kg, e a quantidade em gramas de <sup>99</sup>Tc injetada.

#### SOLUÇÃO

$$A = 20 \text{ mCi} = 20 \times 3,7 10^7 \text{ desintegrações/s} = 7,4 10^8 \text{ desintegrações/s}$$

$$\lambda = (0,693)/6 \text{ horas} = 0,1155 \text{ h}^{-1}$$

A vida-média (não é a meia-vida) de um átomo é dada por

$$\langle T \rangle = 1/\lambda = \text{soma das idades de todos os átomos dividido pelo número total de átomos.}$$

$$\langle T \rangle = 1/ 0,1155 = 8,66 \text{ horas}$$

O número de desintegrações N sofrida pela amostra será:

$$N = A \langle T \rangle = 7,4 10^8 \text{ desintegrações/s} \times 8,66 \times 3\ 600 \text{ s} = 2,31 \times 10^{13} \text{ desintegrações}$$

Como metade dos raios -  $\gamma$  escapam sem interagir com o corpo; somente

$$(1/2) N = 1,15 10^{13} \text{ raios - } \gamma \text{ interagirão com o corpo.}$$

Cada raio -  $\gamma$  tem energia de 0,143 MeV, ou

$$0,143 \text{ MeV} = 0,143 10^6 \text{ eV} = 0,143 10^6 \times 1,6 10^{-19} \text{ J} = 0,23 \times 10^{-13} \text{ J}$$

As mudanças químicas e biológicas que ocorrem, pôr exemplo, no tecido exposto à radiação dependem da energia absorvida pelo mesmo. Dessa forma, foi introduzida a grandeza *DOSE ABSORVIDA* D, definida como

$$D = E / m$$

A unidade de D é

$$1 \text{ rad} = 10^{-2} \text{ J/kg}$$

$$D = (1,15 \times 10^{13} \times 0,23 \times 10^{-13} \text{ J}) / 60 \text{ kg} = 4,4 \times 10^{-3} \text{ J/kg}$$

$$D = 0,44 \text{ rad}$$

A quantidade de  $^{99}\text{Tc}$  injetada é igual ao número de átomos que desintegraram, ou seja,  $2,31 \times 10^{13}$  átomos.

Agora

$$6,02 \times 10^{23} \text{ átomos} \dots\dots 99 \text{ g}$$

$$2,31 \times 10^{13} \text{ átomos} \dots\dots x$$

$$x = 37,99 \times 10^{-20} \text{ g}$$

**x = 3,8 x 10<sup>-9</sup> g** ou seja quase 4 bilionésimos de grama foram injetados!!!!

19. O isótopo  $^{197}\text{Hg}$  emite radiação gama de 77 KeV por desintegração. Uma quantidade de  $1,97 \times 10^{-9}$  g desse material é administrada a um paciente de 74 Kg, na detecção de um tumor. Se a meia-vida desse isótopo no organismo do paciente for de 51,1 horas, calcule:

- a atividade inicial da amostra no corpo em microCi ( $\mu\text{Ci}$ );
- o tempo necessário para que a atividade seja reduzida a 1/32 do seu valor inicial;
- a dose total absorvida pelo paciente.

#### SOLUÇÃO

$$E_\gamma = 77 \text{ KeV} = 77 \times 10^3 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 77 \times 1,6 \times 10^{-16} \text{ J} = 123,2 \times 10^{-16} \text{ J} = 1,232 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$1,97 \times 10^{-9} \text{ g} \dots\dots N_0$$

$$197 \text{ g} \dots\dots 6,02 \times 10^{23} \Rightarrow N_0 = 6,02 \times 10^{12}$$

$$a. N_0 = A_0 \langle T \rangle \Rightarrow 6,02 \times 10^{12} = A_0 \langle T \rangle$$

$$\langle T \rangle = 1/\lambda = \tau/0,693 = 1,44 \tau = 1,44 \times 51,1 \text{ h} = 73,6 \text{ h} = 73,6 \times 3600 = 264902,4 \text{ s}$$

$$A_0 = (6,02 \times 10^{12}) / \langle T \rangle = (6,02 \times 10^{12}) / (2,65 \times 10^5) = 2,27 \times 10^7 \text{ desintegrações/s}$$

$$A_0 = (2,27 \times 10^7) / (3,7 \times 10^{10}) = 0,613 \times 10^{-3} \text{ Ci} = 613 \times 10^{-6} \text{ Ci} = 613 \mu\text{Ci}$$

$$\mathbf{A_0 = 613 \mu\text{Ci}}$$

$$b. (1/32) A_0 = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow (1/32) = e^{-\lambda t} \Rightarrow -\lambda t = \ln(1/32)$$

$$t = [\ln(1/32)] / -\lambda$$

$$t = (-3,466) / (-3,775 \times 10^{-6}) = 0,918 \times 10^6 \text{ s} = 255 \text{ h} = \mathbf{10,62 \text{ dias}}$$

$$c. D = E/m = (6,02 \times 10^{12}) \times (1,232 \times 10^{-14}) / 74 = 0,1 \times 10^{-2} \text{ J/kg} = \mathbf{0,1 \text{ rad}}$$

20. O isótopo  $^{32}\text{P}$  é administrado a um paciente que pesa 64 Kg. Esse isótopo tem uma meia-vida no paciente de 10 dias. A energia da partícula beta emitida por esse isótopo por desintegração é de 0,698 MeV. Se a dose absorvida não deve superar 1 rad.

- a. Quantos gramas de  $^{32}\text{P}$  devem ser administrados ao paciente?  
 b. A quantos microCi correspondem?  
 c. Qual é a atividade após 20 dias?

**SOLUÇÃO**

$$\tau = 10 \text{ dias} = 864\,000 \text{ s}$$

$$E_{\beta} = 0,698 \text{ MeV} = 0,698 \cdot 10^6 \text{ eV} = 0,698 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,12 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\begin{aligned} a. \quad 1 \text{ rad} &= 10^{-2} \text{ J/kg} \geq [(N \times 1,12 \cdot 10^{-13})/64] \text{ (J/kg)} \\ &10^{-2} \text{ J/kg} \geq N \times 0,0175 \cdot 10^{-11} \text{ rad} \\ &1 \geq N \times 0,0175 \cdot 10^{-11} \therefore N \leq (1/0,0175) \cdot 10^{11} \text{ ou} \\ &N \leq 57,143 \cdot 10^{11} \text{ desintegrações} \end{aligned}$$

$$6,02 \cdot 10^{23} \dots\dots 32 \text{ g}$$

$$57,31 \cdot 10^{11} \dots x \Rightarrow x \leq (32 \times 57,31 \cdot 10^{11}) / (6,02 \cdot 10^{23}) \text{ ou}$$

$$x \leq 304,64 \cdot 10^{-12} \text{ g} \text{ ou ainda } x \leq 3,05 \cdot 10^{-10} \text{ g}$$

menos que 3 décimos de bilionésimos de grama de  $^{32}\text{P}$ .

$$b. \quad N = R_0 \langle T \rangle = 1,44 R_0 \tau \Rightarrow R_0 = N / (1,44\tau) = (57,31 \cdot 10^{11}) / (1,44 \times 86\,400) \\ = \frac{\phantom{57,31} \cdot 10^{11}}{4,606} = \frac{\phantom{57,31} \cdot 10^{11}}{10^{-5}}$$

$$R_0 = (4,6 \cdot 10^6) / (3,7 \cdot 10^{10}) \text{ Ci} = 0,1245 \text{ mCi} = \mathbf{125 \mu\text{Ci}}$$

$$c. \quad R = R_0 e^{-\lambda t} = 4,6 \cdot 10^6 e^{-(0,693/10) \cdot 20} = 4,6 \cdot 10^6 e^{-2 \times 0,693} = 4,6 \cdot 10^6 \times 0,25 = \\ 1,15 \cdot 10^6 \text{ desintegrações/s} = 0,311 \cdot 10^{-4} \text{ Ci} = \mathbf{31,1 \mu\text{Ci}}$$

**EXERCÍCIO EXTRA SOBRE DATAÇÃO RADIOATIVA**

A análise espectrométrica dos átomos de potássio e argônio de uma amostra de rochas da Lua mostrou que a razão entre o número de átomos do  $^{40}\text{Ar}$  (estável) presente e o número de átomos do  $^{40}\text{K}$  (radioativo) é 10,3. Suponha que todos os átomos do argônio foram produzidos pelo decaimento dos átomos do potássio e que a meia-vida, para este decaimento foi determinada como  $1,25 \cdot 10^9$  anos. *Qual a idade da rocha?*

**SOLUÇÃO**

Se  $N_k^0$  átomos de potássio estavam presentes no tempo em que a rocha foi formada pela solidificação de magma lunar, o número de átomos de potássio remanescentes no tempo da análise é:

$$N_k = N_k^0 e^{-\lambda t} \quad t: \text{idade da rocha}$$

Para cada átomo de potássio que decai, um átomo de argônio é produzido. Assim, o número de átomos de argônio presentes no tempo da análise é:

$$N_A = N_k^0 - N_k \\ \text{Não podemos medir o } N_k^0, \text{ mas}$$

$$\frac{N_A}{N_k} = \frac{N_k^0}{N_k} - 1 \quad \text{ou} \quad \frac{N_A}{N_k} + 1 = \frac{N_k^0}{N_k}$$

Agora

$$\frac{N_k}{N_k^0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_A}{N_k} + 1 = e^{\lambda t} . \text{ Aplicando logaritmo de ambos os lados,}$$

temos:

$$\ln \left( \frac{N_A}{N_k} + 1 \right) = \ln e^{\lambda t} = \lambda t .$$

$(N_A/N_k)$  é a razão medida. Assim, temos:

$$t = \left\{ \ln \left( \frac{N_A}{N_k} + 1 \right) \right\} / \lambda = \left\{ \ln \left( \frac{N_A}{N_k} + 1 \right) \right\} / \left\{ \ln 2 / \tau \right\} = \left\{ \ln(10,3 + 1) \right\} \times 1,25 \cdot 10^9 / \ln 2 = \mathbf{4,37 \cdot 10^9 \text{ anos}}$$

ou seja, 4,37 bilhões de anos!!!!

Medidas menores podem ser feitas em outras amostras de rochas terrestres e lunares, mas nenhuma substancialmente maior. Este resultado pode ser tomado como uma boa aproximação para a idade do sistema solar!!!!!!

### EXERCÍCIO EXTRA SOBRE USINA NUCLEAR

Uma grande usina elétrica funciona alimentada por um reator nuclear de água pressurizada. A potência térmica desenvolvida no núcleo do reator é igual a 3 400 MW e a usina produz 1 100 MW de energia elétrica. A carga de combustível é composta por 86 000 kg de urânio sob a forma de 110 toneladas de óxido de urânio, distribuídas entre 57 000 barras de combustível. O urânio é enriquecido até 3,0% de  $^{235}\text{U}$ .

a. Calcule o *rendimento* desta usina

#### SOLUÇÃO

$$\eta = (\text{Potência produzida}) / (\text{Potência fornecida}) = (1100 \text{ MW}) / (3400 \text{ MW}) = 0,32 \quad \therefore \eta = 32\% \text{ (rendimento)}$$

A diferença  $3\ 400 - 1\ 100 = 2\ 300$  MW é desperdiçada sob a forma de energia térmica no meio ambiente (água do circuito terciário de refrigeração)

b. Calcule a *taxa R de ocorrência dos eventos de fissão* no núcleo do reator.

#### SOLUÇÃO

Sendo P (= 3 400 MW) a potência térmica no núcleo do reator e Q (= 200 MeV) a energia liberada em cada evento de fissão, vemos que, no estado estacionário, temos:

$$R = P/Q = (3,4 \cdot 10^9) / (200 \cdot 10^6) = (3,4 \cdot 10^9) / (200 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}) = 1,06 \cdot 10^{20} \text{ fissões/s}$$

c. Calcule a *taxa de consumo do  $^{235}\text{U}$* . Suponha as condições existentes no início do processo.

#### SOLUÇÃO

O  $^{235}\text{U}$  é consumido pela fissão a uma taxa calculada no item b. Ele também é consumido pôr captura (não fissionável) de nêutrons a uma taxa cerca de um quarto mais elevada do que esta taxa. A taxa de consumo total do  $^{235}\text{U}$  é, portanto, de  $1,25 \times 1,06 \times 10^{20} = 1,33 \times 10^{20}$  átomos/s

Podemos calcular a taxa de perda de massa do seguinte modo:

$$\Delta M/\Delta t = 1,33 \cdot 10^{20} \times \text{massa consumida}$$

$$\begin{array}{l} 0,235 \text{ kg/mol} \quad \dots \quad {}^{235}\text{U} \\ 1 \text{ mol} \quad \dots \quad 6,023 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \end{array}$$

$$0,235 / (6,02 \cdot 10^{23}) = 0,039 \cdot 10^{-23} \text{ kg/átomo}$$

$$\Delta M/\Delta t = 1,33 \cdot 10^{20} \times 0,039 \cdot 10^{-23} = 5,19 \cdot 10^{-5} \text{ kg/s} = 4,5 \text{ kg/dia}$$

d. Supondo esta taxa de consumo de combustível constante, qual seria o tempo de duração deste suprimento de combustível?

**SOLUÇÃO**

A partir dos dados fornecidos, podemos concluir que, no início do processo, havia cerca de

$$0,03 \times 86\,000 = 2\,600 \text{ kg de } {}^{235}\text{U}.$$

$$\text{Tempo} = (2\,600 \text{ kg}) / (4,5 \text{ kg/dia}) = 578 \text{ dias}$$

Na prática, as barras de combustível são trocadas (em geral em séries sucessivas) antes de o combustível  ${}^{235}\text{U}$  ser consumido significativamente

e. Calcule a taxa de conversão da massa de repouso em energia no núcleo do reator.

**SOLUÇÃO**

De acordo com a relação de Einstein, temos:

$$E = \Delta m c^2$$

$$\Delta M/\Delta t = (\Delta E/\Delta t)/c^2 = (3,4 \cdot 10^9) / (3 \cdot 10^8) = 3,8 \cdot 10^{-8} \text{ kg/s} \quad \text{ou} \\ \mathbf{3,3 \text{ g/dia}}$$

Vemos que a taxa de conversão da massa corresponde à massa de uma pequena moeda de um centavo a cada dia! Esta taxa de massa de repouso (convertida em energia) é bastante diferente da taxa de consumo do combustível nuclear (perda dos núclídeos de  ${}^{235}\text{U}$ ) calculada no item c.